

Auswertung Versuch F4-Federkonstante mit GnuPlot

P. Schäfer

Institut für Physik, Humboldt-Universität zu Berlin,
Newtonstraße 15, 12489 Berlin

29. März 2016

Die gesuchte Federkonstante kann durch die schrittweise Belastung der Feder mit Massestücken von ca. 50 g ermittelt werden (Einführungspraktikum (2007) Seite 9...11). Die aus der Belastung resultierende Längenänderung wird als Position y einer an der Feder befestigten Marke mit Hilfe einer Spiegelskala gemessen (1. Messreihe). Nach Erreichen der Höchstbelastung mit 8 Massestücken wird die Feder wieder schrittweise entlastet und dabei die Position der Marke erneut abgelesen (zweite Messreihe). Insgesamt werden so 15 Messwertepaare $x y$ gewonnen. Die Unsicherheit der Positionen u_y wird durch den systematischen Restfehler der verwendeten Spiegelskala, durch Fehler beim Ablesen von der Spiegelskala und durch die Standardabweichung der verwendeten Massestücke bestimmt.

Aus dem Anstieg

$$a = \frac{\overline{m}g}{k} \quad (1)$$

der Geraden

$$y = y_0 - \frac{\overline{m}g}{k}x \quad (2)$$

kann dann die gesuchte Federkonstante berechnet werden. Hierbei bedeuten g die Erdbeschleunigung, k die gesuchte Federkonstante, x die Anzahl der Massestücke, mit denen die Feder belastet wird. Die Größe y_0 beschreibt die Position der verwendeten Markierung bei unbelasteter Feder. Diese kann direkt nicht mit der notwendigen Genauigkeit bestimmt werden, da die Achse der verwendeten Feder im unbelasteten Zustand fertigungsbedingt leicht gebogen ist. Das negative Vorzeichen resultiert aus der Tatsache, dass sich der Nullpunkt der verwendeten Spiegelskala unten befindet und daher die Werte von y mit zunehmender Belastung abnehmen.

Um die so gewonnenen Daten mit **GnuPlot** oder einer ähnlichen Software auszuwerten, ist als erstes die Erstellung einer einfach Textdatei mit den Messdaten in tabellarischer Form erforderlich. Die erste Spalte beinhaltet die Anzahl der Massestücke x , die zweite Spalte die abgelesene Position y des Zeigers auf der Spiegelskala (z.B. in mm) und die dritte Spalte den abgeschätzten Fehler dieser Position u_y . Diese Spalte ist nur erforderlich, wenn die Fehlerintervalle mit gezeichnet werden sollen oder eine Gewichtung mit diesen Fehler erfolgen soll. Als Beispiel wird im weiteren die Datei Messdaten-20150107-Platz2.txt verwendet. Das Einlesen und Darstellen der Daten aus der vorbereiteter Datei erfolgt durch Eingabe des Befehls:

```
plot 'Messdaten-20150107-Platz2.txt' using 1:2
```

in das Terminalfenster von GnuPlot. Es sollte sich ein neues Fenster mit der Darstellung der Messdaten öffnen. Als nächstes wird die Fitfunktion im Terminalfenster definiert.

```
l(x) = y0 - a*x
```

Aus dem mit dem ersten Kommando erzeugten Plot können die für den nachfolgenden Fit notwendigen Startwerte abgeschätzt und ebenfalls eingegeben werden. Dieser Schritt ist für **GnuPlot** erforderlich, da es keine gesonderten Routinen für die Behandlung von in den Parametern linearen Fitfunktionen gibt, die die gesuchten Parameter mit Hilfe der Matrizenrechnung bestimmen. Daher müssen diese mit der gleichen Routine bearbeitet werden wie in den Parametern nichtlineare Fitfunktionen. Diese Vorgehensweise erfordert auch für lineare Modelle die Vorgabe von Startwerten. Andere Software, wie z.B. **mathematica** stellen getrennte Routinen für lineare und nichtlineare Fitfunktionen zur Verfügung.

```
y0=200
```

```
a=10.0
```

Nun kann der eigentliche Fit ausgeführt werden.

```
fit l(x) 'Messdaten-20150107-Platz2.txt' using 1:2 via y0,a
```

Im GnuPlot Terminalfenster werden der Verlauf der Iteration und die numerischen Ergebnisse angezeigt. Die Fitfunktion kann zusammen mit den Messdaten durch den Befehl

```
plot 'Messdaten-20150107-Platz2.txt' using 1:2, l(x)
```

gezeichnet werden.

Sofern bekannt, sind in der dritten Spalte der Messdatendatei die Fehler u_y der Messwerte oder deren Abschätzungen eingetragen worden. Diese können zur Darstellung von Fehlerbalken benutzt werden.

```
plot 'Messdaten-20150107-Platz2.txt' using 1:2:3 with errorbars
```

Liegen nur Abschätzungen zu der Größe der Messfehler vor, wie dies in der überwiegenden Anzahl der Praktikumsversuche der Fall ist, können diese nur zur Gewichtung der Messwerte verwendet werden. Dazu muss die Option **errorscaling** gesetzt sein. Dies erfolgt mit:

```
set fit errorscaling
```

und entspricht der Grundeinstellung. In diesem Fall werden die Fehler der Parameter mit dem reduzierten Wert von Chi-Quadrat skaliert. Dies ist gleichbedeutend mit der Annahme, dass die Standardabweichung der Daten gleich der berechneten Standardabweichung des Fits ist. Dies entspricht der üblichen statistischen Vorgehensweise. Ist die Standardabweichung der Daten bekannt oder kann diese aus den Messdaten an jedem Messpunkt auf der Grundlage einer ausreichenden Anzahl von Messwerten bestimmt werden, kann durch

```
set fit noerrorscaling
```

die Vorgabeeinstellung geändert werden. In diesem Fall erfolgt die Berechnung der Fehler der Parameter entsprechend dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den Fehlern der Messdaten. Nur in diesem Fall kann der reduzierte Wert von Chi-Quadrat zur Beurteilung der Güte des Fits herangezogen werden. Der mathematische Hintergrund kann in den „Anmerkungen zur linearen Regression (2016)“ nachgelesen werden.

Der gewichtete Fit erfolgt mit dem Kommando:

fit l(x) 'Messdaten-20150107-Platz2.txt' using 1:2:3 yerr via y0,a

Danach kann das Ergebnis wieder mit

plot [0:9] 'Messdaten-20150107-Platz2.txt' using 1:2:3 with errorbars, l(x)

im Grafikfenster dargestellt und in einem geeigneten Grafikformat exportiert werden.

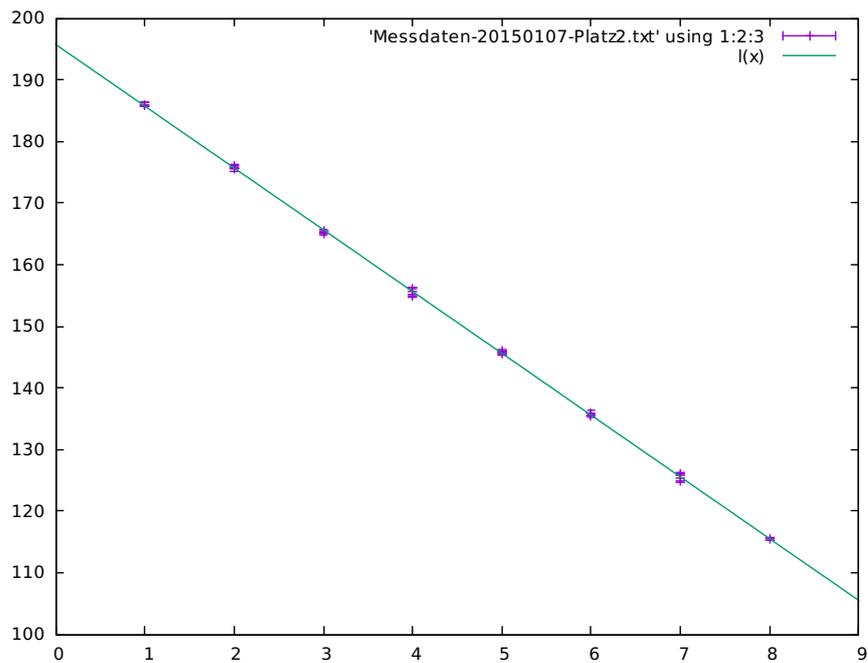


Abbildung 1: Messdaten und berechnete Ausgleichsgerade

Als letztes ist noch GnuPlot zu beenden:

quit

Literatur

Physikalisches Grundpraktikum: Einführungspraktikum
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I der HUB
Institut für Physik **2007**
<http://gpr.physik.hu-berlin.de/Skripten/Einfuehrungspraktikum/PDF-Dateien/Einfuehrungspraktikum.pdf>
abgerufen am 4.1.2016 11:02 Uhr

Rechnet QtiPlot falsch ?
Einige Anmerkungen zur Methode der linearen Regression
P. Schäfer
Institut für Physik, Humboldt-Universität zu Berlin **2016**
http://roe10.physik.hu-berlin.de/Grundpraktikum/Rechnet_QtiPlot_falsch/index.html
abgerufen am 21.3.2016 13:07 Uhr