

Versuch Reversionspendel

Peter Schäfer

peter.schaefer@physik.hu-berlin.de

<http://roe10.physik.hu-berlin/Grundpraktikum>

Institut für Physik

Structure Research & Electron Microscopy

22. März 2018

Inhalt

Vorbemerkungen

physikalische Grundlagen

Fehlerquellen

Weiterführende Informationen:

<http://roe10.physik.hu-berlin.de/Grundpraktikum>

<https://people.physik.hu-berlin.de/~schaefer/Grundpraktikum>

Grundsätzliches und Allgemeine Hinweise

Reproduzierbarkeit des Experimentes \Rightarrow Reproduzierbarkeit der Auswertung



- ▶ Wiederholung der Auswertung muss zum gleichen Ergebnis führen
- ▶ Anwendung auf ähnliche Daten muss zu vergleichbarem Ergebnis führen
- ▶ der Ablauf der Auswertung muss nachvollziehbar und dokumentierbar sein



Anforderungen an die verwendete Software



- ▶ Ausführliche Dokumentation aller Funktionen und Prozeduren
- ▶ Möglichkeit zur Erstellung und Abarbeitung von Befehlslisten
- ▶ Fehlerfrei bzw. Dokumentation bekannter Fehler (Open Source)

QtiPlot



GnuPlot

Physikalische Grundlagen

mathematisches Pendel, Massepunkt

$l \rightarrow$ Abstand Massepunkt

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Massepunkt \Rightarrow starrer Körper \Rightarrow

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g} \left(1 + \frac{\mu}{a^2}\right)} \quad \Leftarrow$$

Massepunkt \Rightarrow Kugel $\mu = \frac{2}{5} r^2$

\Downarrow

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g} \left(1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{a^2}\right)}$$

physikalisches Pendel, starren Körper

$a \rightarrow$ Abstand Schwerpunkt

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_s + m a^2}{m a g}}$$

\Downarrow

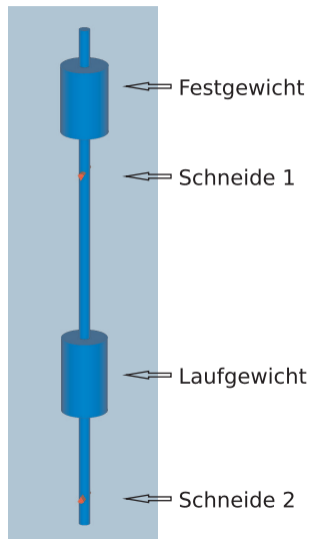
$$I_r = \frac{J_s + m a^2}{m a}$$

$$= \frac{J_s}{m} + a^2$$

mit $\mu = \frac{J_s}{m}$

$$= a + \frac{\mu}{a} = a \left(1 + \frac{\mu}{a^2}\right)$$

Das Reversionspendel



- ▶ Pendel mit 2 Schwingungsachsen (Schneiden) in einer Ebene, die den Schwerpunkt enthält
- ▶ Verschiebung des Laufgewichtes ändert Lage des Scherpunktes
 1. ändert Abstände a_1 und a_2
 2. ändert Trägheitsmoment J_s bzw. μ
- ⇒ ändert T_1 und T_2
- ▶ Wenn $T_1 = T_2$ (Reversionspendel), dann gilt:

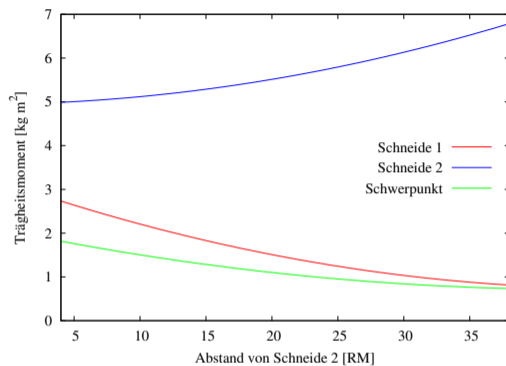
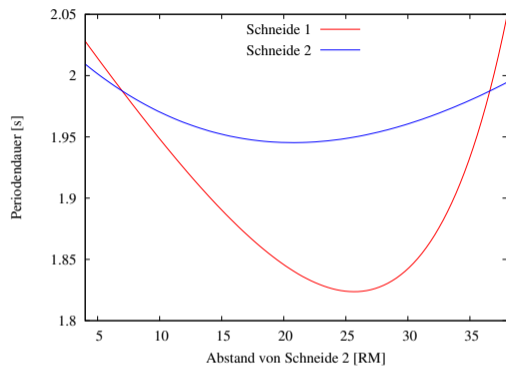
$$a_{1,2} = \frac{l_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{l_r}{2}\right)^2 - \mu}$$

$$l_r = a_1 + a_2$$

$$\mu = a_1 a_2$$

- ▶ Bestimmung des Schnittpunktes von $T_1(x)$ und $T_2(x)$

Bestimmung des Schnittpunktes durch Berechnung



- ▶ x-Achse Teilung Ringmarken $1\text{RM} = 20\text{mm}$
- ▶ Zwei Schnittpunkte !
Welcher ist besser geeignet ?

- ▶ größere Trägheitsmomente bei $x \approx 7\text{RM}$
- ▶ $x \approx 7\text{RM} \implies a_1 \approx 0.33/$ (Bessel 1826)
 \implies Arbeitspunkt bei $\approx 7\text{RM}$

Mit vertretbarem Aufwand ist es nicht möglich, den Schnittpunkt exakt einzustellen.

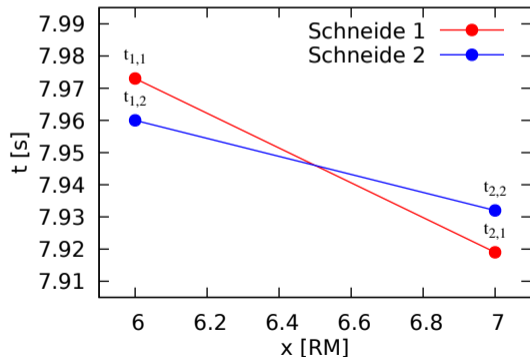
- \implies möglichst dichte Annäherung an den Schnittpunkt
- \implies Berechnung von T_s aus T_1 und T_2

Bestimmung des Schnittpunktes durch zweiseitige Annäherung

- ▶ Voraussetzung:
auf jeder Seite des Schnittpunktes eine Position des Laufgewichtes, bei der sich die Periodendauern für beide Schneiden nur geringfügig unterscheiden.
- ▶ Verwendung der Sekanten anstelle der genauen Funktionen der Kurvenäste
- ▶ paarweises Verbinden der Punkte $t_{1,1}$ und $t_{2,1}$ sowie $t_{1,2}$ und $t_{2,2}$ durch Geraden.
erster Index: Position des Laufgewichtes
zweiter Index: Schneide.
- ▶ Schnittpunkt der Geraden ist gegeben durch:

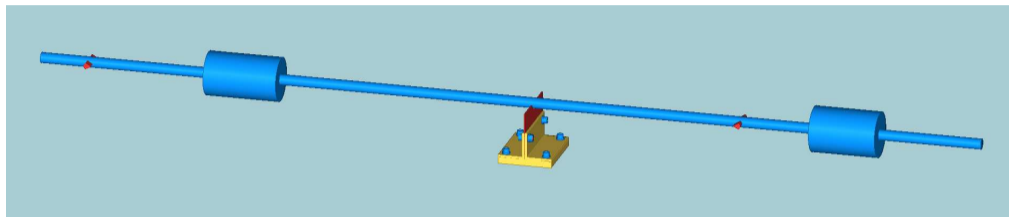
$$t_s = \frac{t_{1,1}t_{2,2} - t_{1,2}t_{2,1}}{t_{1,1} - t_{1,2} - t_{2,1} + t_{2,2}}$$

$$x_s = x_1 + \frac{t_{1,1} - t_{1,2}}{t_{1,1} - t_{1,2} - t_{2,1} + t_{2,2}} (x_2 - x_1)$$



Bestimmung des Schnittpunktes aus der Lage des Schwerpunktes

Ermitteln der Schwerpunktlage durch Ausbalancieren \Rightarrow Abstand a_1



$$t^2 = \frac{t_1^2 a_1 - t_2^2 a_2}{a_1 - a_2}$$

erfordert Bestimmung beider Schwerpunktabstände

$$t^2 = \frac{t_1^2 + t_2^2}{2} + \frac{t_1^2 - t_2^2}{2} \left(\frac{l}{2a_1 - l} \right)$$

Fehlerquelle Amplitude

- ▶ Amplitudenabhängigkeit der Periodendauer

$$T(\alpha) \approx T_0 \left(1 + \frac{\alpha_0^2}{16} \right)$$

- ▶ Dämpfung (Luftreibung, Reibung Schneide - Auflage): zwei Effekte

1. Änderung von $\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$ (gemessen am Messplatz 2: $\delta \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)
für den Fall sehr kleiner Dämpfungen $\delta \ll \omega_0$ gilt:

$$T_{0,d} = T_0 \left(1 + \frac{\delta^2 T_0^2}{8 \pi^2} \right)$$

relative Änderung von $\Delta T < 2 \cdot 10^{-9}$ kann vernachlässigt werden.

2. Periodendauer von der Schwingungsamplitude abhängig \Rightarrow Funktion der Messzeit t .
über n Perioden gemittelte Periodendauer T_n

$$T_n = T_0 \left(1 + \frac{1}{16} \left(\frac{\alpha_0 + \alpha_t}{2} \right)^2 \right)$$

Fehlerquelle Luftauftrieb

- ▶ Auftriebskraft greift am Volumenmittelpunkt an.
Beim homogenen, asymmetrischen Reversionspendel fallen Massen- und Volumenmittelpunkt zusammen. Es gilt dann:

$$J_a \ddot{\alpha} = -m g a \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_P} \right) \sin \alpha$$

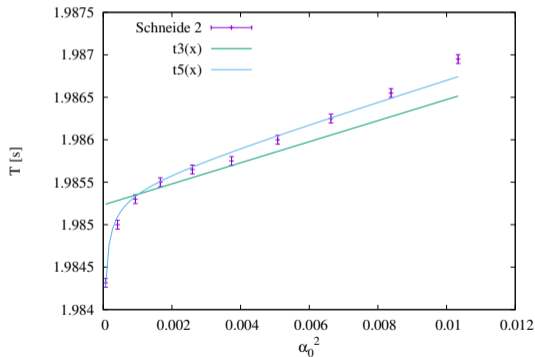
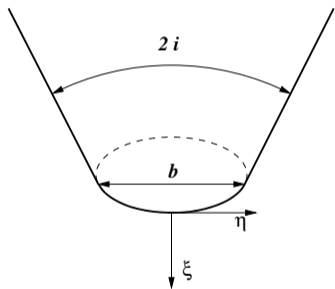
und wir erhalten für die gemessene Periodendauer:

$$T(\alpha) \approx T_0 \left(1 + \frac{\alpha_0^2}{16} \right) \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\rho_L}{\rho_P}}} \approx T_0 \left(1 + \frac{\alpha_0^2}{16} + \frac{1}{2} \frac{\rho_L}{\rho_P} \right)$$

Fehlerquelle Schneidenform

- ▶ allgemein: Schneide nicht ideal spitz, sondern verrundet. Annahme einer elliptischen Form
- ▶ Grenzfall: Schneide abgeplattet mit Breite b

⇒ Veränderte Amplitudenabhängigkeit $T(\alpha_0)_c \approx T_0 \left(1 + \frac{\alpha_0^2}{16} - \frac{b}{\pi a \alpha_0} \right)$



- ▶ Darstellung $T = f(\alpha^2)$ zeigt den Einfluss sehr deutlich