

# Versuch O8 Fraunhofersche Beugung

Peter Schäfer

[peter.schaefer@physik.hu-berlin.de](mailto:peter.schaefer@physik.hu-berlin.de)

<http://roe10.physik.hu-berlin/Grundpraktikum>

Institut für Physik

Structure Research & Electron Microscopy

22. März 2018

# Inhalt

Grundsätzliches und Allgemeine Hinweise

Fraunhofersche Näherung

Beugung am Einfachspalt

Beugung an der Lochblende

Weiterführende Informationen:

<http://roe10.physik.hu-berlin.de/Grundpraktikum>

<http://poeppe.physik.hu-berlin.de/~schaefer/Grundpraktikum>

# Grundsätzliches und Allgemeine Hinweise

Reproduzierbarkeit des Experimentes  $\Rightarrow$  Reproduzierbarkeit der Auswertung



- ▶ Wiederholung der Auswertung muss zum gleichen Ergebnis führen
- ▶ Anwendung auf ähnliche Daten muss zu vergleichbarem Ergebnis führen
- ▶ der Ablauf der Auswertung muss nachvollziehbar und dokumentierbar sein



Anforderungen an die verwendete Software



- ▶ Ausführliche Dokumentation aller Funktionen und Prozeduren
- ▶ Möglichkeit zur Erstellung und Abarbeitung von Befehlslisten
- ▶ Fehlerfrei bzw. Dokumentation bekannter Fehler (Open Source)

**QtiPlot**



**GnuPlot**

# Fraunhofersche Näherung

ermöglicht die Lösung des Kirchhoffschen Beugungsintegrals auf einfache Weise.  
Dazu werden zwei Annahmen gemacht:

1. Das auf das beugende Objekt fallende Licht ist parallel

⇒ Beschreibung mit ebenen Wellenfronten

Laser als Lichtquelle

2. Die Beugungserscheinungen werden im Fernfeld betrachtet

⇒ großer Beobachtungsabstand  $L$  zum beugenden Objekt

⇒ Fresnelzahl  $\frac{\rho^2}{\lambda L} \ll 1$

$\rho$  typische Ausdehnung der beugenden Strukturen. Zum Beispiel:

- ▶ Breite des Einzelspaltes  $B$
- ▶ Durchmesser der Lochblende  $d$
- ▶ beleuchteter Bereich eines Beugungsgitters

## Beugung am Einfachspalt

Beugungsschirm und Beobachtungsschirm senkrecht zur optischen Achse

⇒ Intensitätsverteilung

$$I \propto \left( \frac{\sin(\Theta)}{\Theta} \right)^2 \quad \text{mit} \quad \Theta = \frac{\pi B \sin \alpha}{\lambda}$$

$B$  Breite des Einfachspaltes,  $\lambda$  Wellenlänge

Die Minima dieser Funktion liegen bei

$$\begin{aligned} \Theta &= k\pi & \text{mit} & \quad k = 1, 2, 3, \dots \\ \sin \alpha_k &= k \frac{\lambda}{B} \end{aligned}$$

mit  $\sin \alpha_k = \sin \left[ \arctan \left( \frac{a_k}{L} \right) \right]$

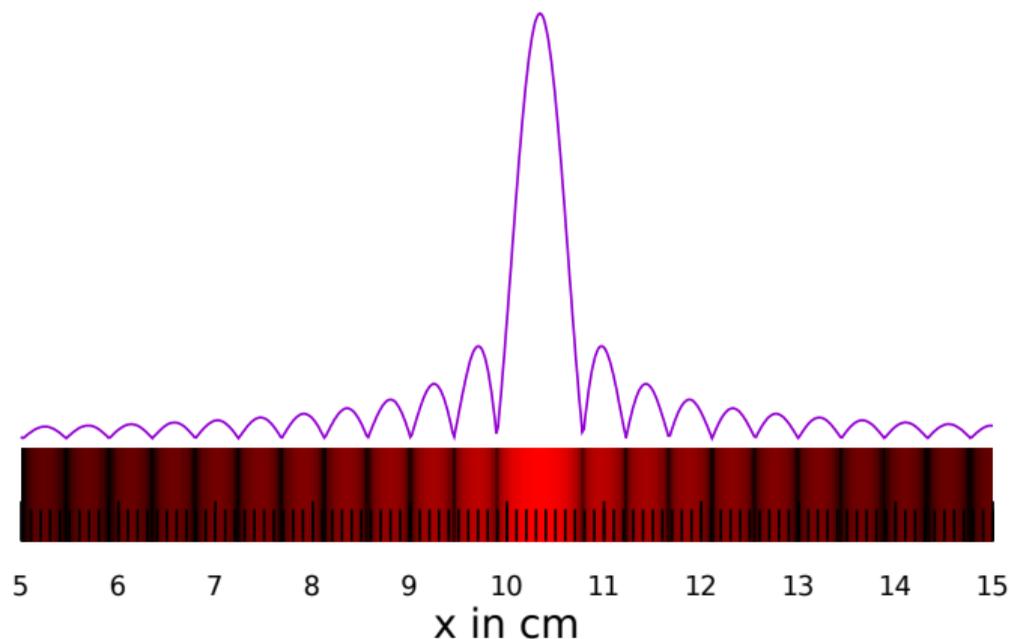
$a_k$  auf dem Schirm gemessener Abstand vom Hauptmaximum

⇒ Bestimmung der Spaltbreite bei bekannten  $\lambda$

# Messung der Intensitätsminima

- ▶ Abbildung des Beugungsbildes auf einer Skala (Büromassstab)
- ▶ Lage  $x_0$  des 0. Maxima beliebig
- ▶ Ablesung der Positionen der Intensitätsminima
- ▶ Erstellen einer Tabelle

Ordnung	$x_{\text{links}}$	$x_{\text{rechts}}$
$n$	$x_{n,l}$	$x_{n,r}$
$\vdots$	$\downarrow$	$\uparrow$
2	$\downarrow$	$\uparrow$
1	$x_{1,l}$	$x_{1,r}$
0	$\rightarrow x_0 \rightarrow$	



Ablesen der Position von links nach rechts

## Auswertung: Beugung am Einzelspalt

Wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. Fresnelzahl  $\ll 1$
2. doppelte Kleinwinkelnäherung  $\sin \alpha_k = \sin \left[ \arctan \left( \frac{a_k}{L} \right) \right] \approx \frac{a_k}{L}$  für  $k_{\max}$  zulässig

( Zulässig wenn für  $k = k_{\max}$  gilt:  $u_L > \frac{a_k^2}{2L}$  )

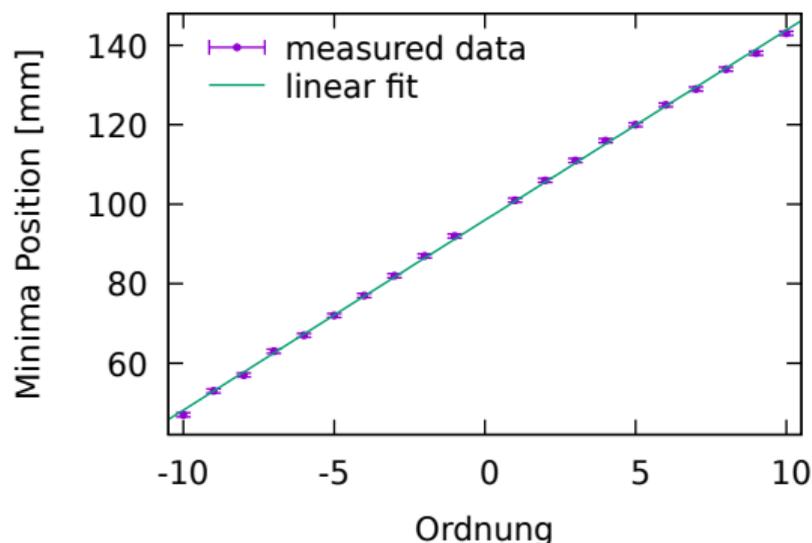
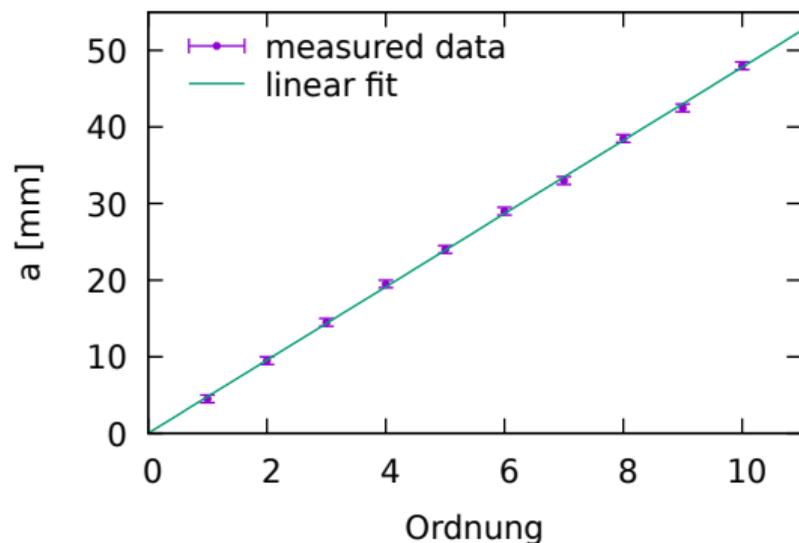
dann kann die Geradengleichung (Nullpunktsgerade  $y = \theta_1 x$ ):

$$a_k = \frac{L\lambda}{B} k \quad \text{mit} \quad a_k = \frac{x_{k,r} - x_{k,l}}{2}$$
$$\text{und} \quad a_0 = \frac{x_{k,r} + x_{k,l}}{2} \quad (\text{Mittelpunkt})$$

zur Auswertung genutzt werden. Es gilt außerdem:

$$\text{STD}(a_k) = \text{STD}(a_0) \quad \text{für alle } k > 0$$

# Auswertung: Beugung am Einzelspalt



- ▶ Nullpunktsgerade, ein freier Parameter

$$a_k = \frac{L\lambda}{B} k = \theta_1 k$$

- ▶  $B = \frac{L\lambda}{\theta_1}$

- ▶ Gerade, zwei freien Parametern

$$x_k = x_0 + \frac{L\lambda}{B} k = \theta_1 + \theta_2 k$$

- ▶  $B = \frac{L\lambda}{\theta_2}$  und  $x_0 = \theta_1$

# Beugung an der Lochblende

Beugungsschirm und Beobachtungsschirm senkrecht zur optischen Achse

⇒ Intensitätsverteilung

$$I \propto \left( \frac{2J_1(\Theta)}{\Theta} \right)^2 \quad \text{mit } \Theta = \frac{\pi D \sin \alpha}{\lambda}$$

$J_1$  Besselfunktion 1. Ordnung

$D$  Durchmesser der Lochblende

▶ Messung der Intensität mit Si-Photodiode

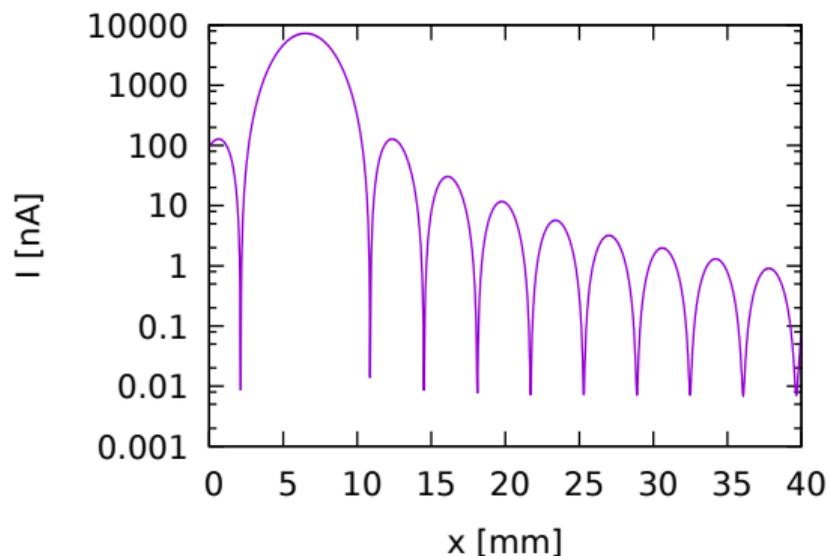
⇒  $I_{\text{gemessen}} = I_0 * I + I_b$

$I_0$  Strom im 0. Maximum

$I_b$  Strom durch Restlicht

▶ 1. Minima bei  $\Theta = \pm 3.83171 \Rightarrow \sin \alpha_1 = \pm 1.22 \frac{\lambda}{D}$

⇒ Abschätzung des Blendendurchmessers



# Beugung an der Lochblende

- ▶ Anwendung der Kleinwinkelnäherung, wenn Voraussetzungen erfüllt

$$\sin \alpha \approx \alpha \approx \tan \alpha = \frac{x - x_0}{L}$$

$x_0$  Lage des 0. Maximums auf der Messskala

$$\Rightarrow \Theta = \frac{\pi D (x - x_0)}{\lambda L}$$

- ▶ Zusammenfassen der Größen  $D$ ,  $L$  und  $\lambda$  zu einem Parameter  $G = \pi \frac{D}{\lambda L}$

- ▶ aus  $G$  kann der Blendendurchmesser  $D$  berechnet werden

$\Rightarrow$  nichtlineare Regression der Messpunkte  $(x, I)$  mit:  $I_{\text{gemessen}} = I_0 * \left( \frac{2 J_1(G(x - x_0))}{G(x - x_0)} \right)^2 + I_b$

drei Fitparameter:  $I_0$ ,  $x_0$  und  $G$

# Beugung an der Lochblende

Problem:  $I_{\text{gemessen}}$  überdeckt etwa 6 Größenordnungen  $\Rightarrow \sigma^2 \neq \text{const}$

$\Rightarrow$  Gewichtung mit  $\frac{1}{u_i^2}$

1. Physikalisch begründet:  $u_i \propto \sqrt{I}$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{\eta q_e}{t} N_{\text{Photon}} \Rightarrow \text{Poissonverteilung} \Rightarrow \sigma^2[\text{PV}] = \mathbf{E}[\text{PV}]$$

2. systematischer Restfehler des verwendeten Messgerätes:  $u_i = u_{\text{SysRest}}$

Herstellerangabe 1,5% des Skalenendwertes in den Bereichen  $300 \mu\text{A} \dots 10 \text{pA}$   
+ 3pA in den Bereichen  $300 \text{pA} \dots 10 \text{pA}$

$\Rightarrow$  Anwendung einer varianzstabilisierenden Transformation

1. Physikalisch begründet (Poissonverteilung)  $\Rightarrow y = \sqrt{I_{\text{gemessen}}} \Rightarrow u_y = \frac{1}{2}$

2. relativer Fehler constant:  $\Rightarrow y = \ln(I_{\text{gemessen}}) \Rightarrow u_y = u_{\text{relativ}}$

z.B. 1,5% des Messwertes

## Beugung an der Lochblende

Problem: Breite des Eintrittsspalt vor der Si-Photodiode ( ca. 1,5 mm)

Faltung von  $I_{\text{gemessen}} = I_0 * \left( \frac{2 J_1(G(x-x_0))}{G(x-x_0)} \right)^2 + I_b$  mit der Auflösungsfunktion

Messdaten-20170317-Platz4.txt

